

# **B.E.P.**

## **Secteur 6 - Tertiaire 1**

**Session 2007**

**Épreuve : Mathématiques**

**Durée : 1 heure**

**Coefficient : selon la spécialité**

Spécialités concernées :

- Logistique et commercialisation
- Métiers de la comptabilité
- Vente action marchande

**Remarque :**

*Ce sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7.*

*Le formulaire est en dernière page.*

*La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

*Les candidats répondent sur une copie à part et joignent les annexes.*

*L'usage de la calculatrice est autorisé.*

**Exercice 1 (8 points)**

L'objet de l'étude est le nombre d'habitants des 99 agglomérations mondiales les plus peuplées.

- 1.1 A l'aide du tableau de **l'annexe 1 page 4/7** :
  - 1.1.1 Nommer l'agglomération la plus peuplée.
  - 1.1.2 Indiquer le rang  $r_p$  et le nombre  $n_p$  d'habitants de l'agglomération de Paris.
  - 1.1.3 Les villes sont classées selon le nombre réel d'habitants et non selon la valeur arrondie de ce nombre. Préciser l'ordre employé en allant du rang 1 vers le rang 99.
  - 1.1.4 Déterminer le nombre médian  $M_e$  d'habitants de cette série statistique et la ville correspondante.
- 1.2 Compléter la deuxième et la troisième colonne du tableau de **l'annexe 2 page 5/7**.
- 1.3 Donner la nature du caractère statistique étudié.
- 1.4. En utilisant la valeur centrale des classes calculer le nombre moyen d'habitants  $\bar{n}$ . Arrondir la valeur à l'unité. Le candidat peut utiliser uniquement les fonctions statistiques de la calculatrice et écrire directement la valeur de  $\bar{n}$ .
- 1.5. Comparer le nombre d'habitants de Paris à la moyenne et à la médiane.

**Exercice 2 (6 points)**

Dans le tableau suivant sont données le nombre d'habitants de Caracas (Venezuela) et Ankara (Turquie) à différentes dates :

Année	1990	2000	2005
Nombre d'habitants de Caracas (en millions)	3,55	3,83	3,97
Nombre d'habitants d'Ankara (en millions)	2,56	3,26	3,61

On cherche à modéliser l'évolution du nombre d'habitants par des fonctions mathématiques. Pour cela, on pose :  $x = 0$  pour 1990,  $x = 1$  pour 1991,  $x = 2$  pour 1992, etc... La correspondance entre  $x$  et l'année  $a$  peut se traduire par la relation  $a - 1990 = x$ .

- 2.1. Déterminer la valeur de  $x$  qui correspond à l'année 2015.
- 2.2. Déterminer l'année qui correspond à  $x = 10$ .

- 2.3. L'évolution du nombre d'habitants de Caracas est modélisée par la fonction  $f$  de la variable réelle  $x$ , définie par  $f(x) = 0,028x + 3,55$ .  
La représentation graphique de  $f$ , sur  $[0 ; 15]$ , est tracée sur **l'annexe 3 page 6/7**.  
 $f(x)$  est le nombre de millions d'habitants de Caracas à l'instant  $x$ .  
On suppose que le nombre d'habitants de Caracas suit, après 2005, la même évolution qu'entre 1990 et 2005.  
Déterminer graphiquement une estimation du nombre  $n_c$  d'habitants de Caracas en 2015. Laisser apparents les traits utiles à la lecture.
- 2.4. L'évolution du nombre d'habitants d'Ankara est modélisée par la fonction  $g$  de la variable réelle  $x$ , définie par  $g(x) = 0,07x + 2,56$ .  
 $g(x)$  est le nombre de millions d'habitants d'Ankara à l'instant  $x$ .
- 2.4.1 Nommer la ville (Caracas ou Ankara) dont le nombre d'habitants évolue le plus vite. Justifier la réponse à l'aide des expressions mathématiques des fonctions affines  $f$  et  $g$ .
- 2.4.2 Résoudre le système d'inconnues  $x$  et  $y$  
$$\begin{cases} 0,028x + 3,55 = y \\ 0,07x + 2,56 = y \end{cases}$$
- Arrondir les solutions à  $10^{-2}$ .
- 2.4.3 En déduire l'année au cours de laquelle le nombre d'habitants de Caracas serait égal à celui d'Ankara.

### Exercice 3 (6 points)

Le tableau suivant présente, au 10 janvier des années considérées, le nombre d'habitants de Djakarta (Indonésie).

Année	1980	1990	2000
Nombre d'habitants (en millions)	9	12,6	17,64

- 3.1. Les nombres 9 ; 12,6 ; et 17,64, écrits dans cet ordre, forment une suite géométrique. Justifier cette affirmation. Donner le premier terme  $u_1$  et la raison  $q$  de cette suite.
- 3.2. On suppose que les nombres théoriques d'habitants (en millions) de Djakarta, en 2010 et en 2040, constituent respectivement les 4<sup>ième</sup> et 7<sup>ième</sup> termes de la suite géométrique de raison 1,4 et de premier terme 9.  
Calculer les nombres théoriques d'habitants (en millions) de Djakarta en 2010 et en 2040. Arrondir les valeurs à  $10^{-2}$ .
- 3.3. Déterminer le pourcentage d'augmentation du nombre d'habitants de Djakarta en 10 ans.

**ANNEXE 1**

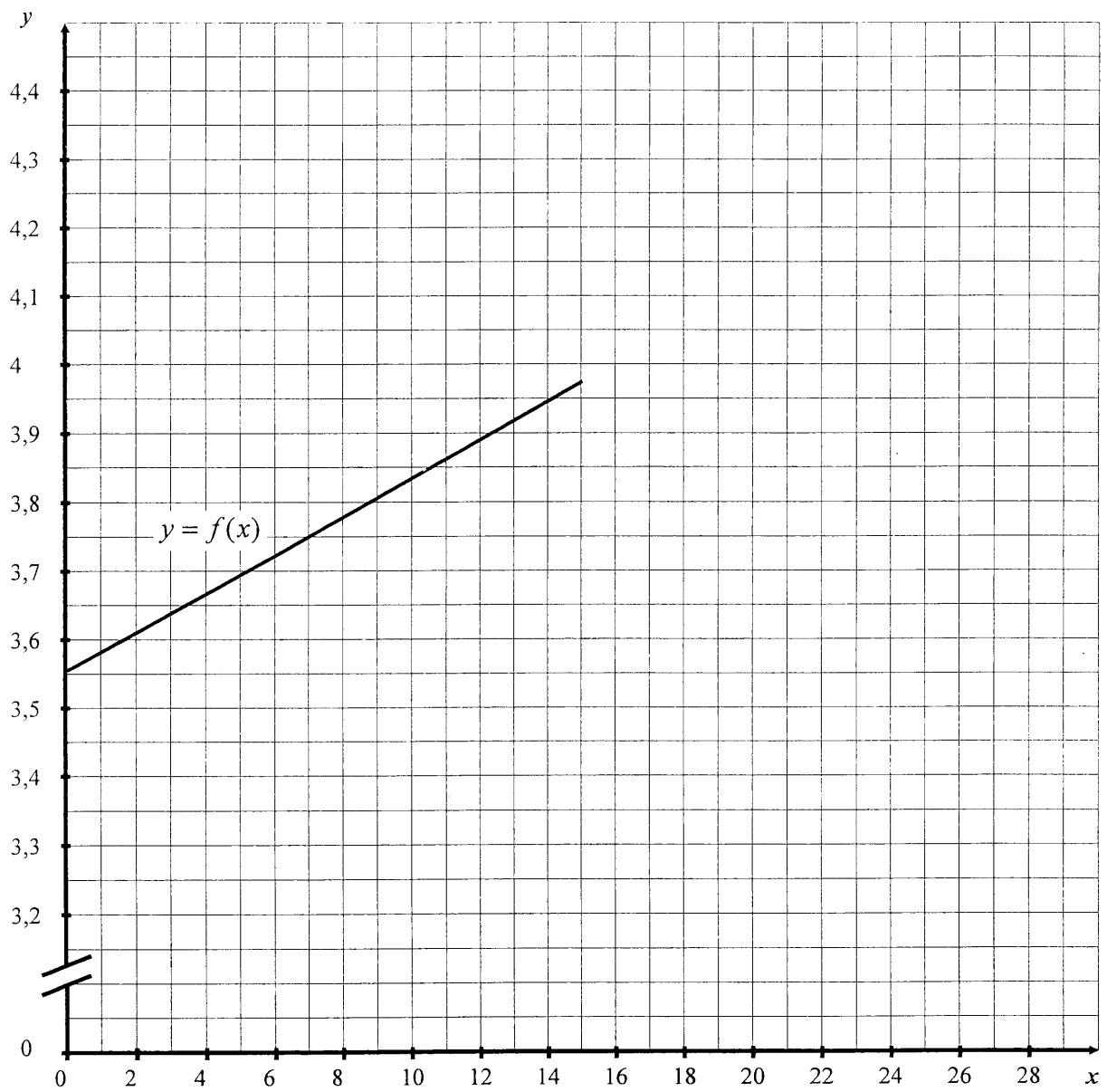
Nombre d'habitants (arrondi à 0,1 million) des 99 agglomérations mondiales les plus peuplées en 2005.

Rang	Agglomération (pays)	Habitants (en millions)	Rang	Agglomération (pays)	Habitants (en millions)
1	Tokyo (Japon)	31,1	51	Shenyang (Chine)	5,3
2	New York (USA)	27,9	52	Khartoum (Soudan)	5,2
3	Séoul (Corée du Sud)	22,4	53	San Diego/Tijuana (USA/Mexique)	5,1
4	Mexico (Mexique)	20,9	54	Ahmadabad (Inde)	5,1
5	Djakarta (Indonésie)	20,1	55	Saint-Petersbourg (Russie)	5,1
6	Manille (Philippines)	18,9	56	Kuala Lumpur (Malaisie)	4,9
7	São Paulo (Brésil)	18,2	57	Détroit/Windsor (USA/Canada)	4,9
8	Delhi (Inde)	18,2	58	Madrid (Espagne)	4,9
9	Bombay (Inde)	18,1	59	Riyad (Arabie saoudite)	4,8
10	Hong Kong/Shenzhen (Chine)	17,7	60	Rangoon (Birmanie)	4,8
11	Osaka (Japon)	15,1	61	Dallas (USA)	4,7
12	Los Angeles (USA)	14,4	62	Houston (USA)	4,6
13	Shanghai (Chine)	14,3	63	Colombo (Sri-Lanka)	4,6
14	Calcutta (Inde)	14,2	64	Belo Horizonte (Brésil)	4,6
15	Le Caire (Égypte)	12,5	65	Bruxelles (Belgique)	4,5
16	Moscou (Russie)	12,3	66	Singapour/Johore Baharu (Malaisie)	4,4
17	Tianjin (Chine)	11,7	67	Pusan (Corée du sud)	4,4
18	Istanbul (Turquie)	11,6	68	Pune (Inde)	4,3
19	Rio de Janeiro (Brésil)	11,6	69	Wuhan (Chine)	4,3
20	Buenos Aires (Argentine)	11,6	70	Atlanta (USA)	4,3
21	Dacca (Bangladesh)	11,3	71	Barcelone (Espagne)	4,1
22	Karachi (Pakistan)	11,1	72	Caracas (Venezuela)	4,0
23	Téhéran (Iran)	10,4	73	Abidjan (Côte d'Ivoire)	3,9
24	Essen (Allemagne)	10,1	74	Guadalajara (Mexique)	3,9
25	Paris (France)	9,9	75	Manchester (Royaume-Uni)	3,9
26	Pékin (Chine)	9,8	76	Milan (Italie)	3,8
27	Londres (Royaume-Uni)	9,3	77	Berlin (Allemagne)	3,8
28	Bangkok (Thaïlande)	9,1	78	Fukuoka (Japon)	3,7
29	Chicago (USA)	8,8	79	Chongqing (Chine)	3,7
30	Taipei (Taïwan)	8,4	80	Medan (Indonésie)	3,7
31	Lima (Pérou)	8,3	81	Sydney (Australie)	3,7
32	Lagos (Nigéria)	8,0	82	Ankara (Turquie)	3,6
33	Bogota (Colombie)	8,0	83	Porto Alegre (Brésil)	3,6
34	Kinshasa (Rép. Dém. du Congo)	7,2	84	Nairobi (Kenya)	3,6
35	Nagoya (Japon)	7,1	85	Cirebon (Indonésie)	3,5
36	Madras (Inde)	6,9	86	Guangzhou (Chine)	3,5
37	Boston (USA)	6,7	87	Chittagong (Bangladesh)	3,5
38	Johannesbourg (Afrique du Sud)	6,5	88	Monterrey (Mexique)	3,5
39	Surabaya (Indonésie)	6,5	89	Recife (Brésil)	3,4
40	Washington (USA)	6,5	90	Jiddah (Arabie saoudite)	3,4
41	Bangalore (Inde)	6,4	91	Addis Abeba (Éthiopie)	3,4
42	Hyderabad (Inde)	6,1	92	Casablanca (Maroc)	3,4
43	Lahore (Pakistan)	6,0	93	Surat (Inde)	3,4
44	Santiago (Chili)	5,8	94	Phoenix (USA)	3,4
45	Bandung (Indonésie)	5,8	95	Taichung (Thaïlande)	3,4
46	Bagdad (Irak)	5,7	96	Athènes (Grèce)	3,4
47	Toronto (Canada)	5,6	97	Pyongyang (Corée du nord)	3,4
48	Ho chi minh (Viêt-Nam)	5,6	98	Alexandrie (Égypte)	3,3
49	San Francisco (USA)	5,5	99	Montréal (Canada)	3,3
50	Miami (USA)	5,4			

ANNEXE 2 à rendre avec la copie

Nombre d'habitants (en millions)	Nombre d'agglomérations $n_i$	Centre de classe $x_i$	
[3 ; 3,5[	11	3,25	
[3,5 ; 4[	16	3,75	
[4 ; 4,5[	7	4,25	
[4,5 ; 5[	10	4,75	
[5 ; 6[	12	5,5	
[6 ; 8[	10	7	
[8 ; 10[	9	9	
[10 ; 15[	13	....	
[15 ; 20[	6	....	
[20 ; 32]	....	....	
Total	....		

ANNEXE 3 à rendre avec la copie



**FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES**

**Identités remarquables**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

**Puissance d'un nombre**

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$a^{m+n} = a^m a^n$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

**Racines carrées**

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

**Suites arithmétiques**

terme de rang 1 :  $u_1$

raison :  $r$

terme de rang  $n$  :  $u_n$

$$u_n = u_{n-1} + r$$

$$u_n = u_1 + (n-1)r$$

**Suites géométriques**

terme de rang 1 :  $u_1$

raison :  $q$

terme de rang  $n$  :  $u_n$

$$u_n = u_{n-1}q$$

$$u_n = u_1 q^{n-1}$$

**Statistiques**

moyenne :  $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{N}$$

écart type :  $\sigma$

$$\sigma^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{N}$$

$$\sigma^2 = \frac{n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \dots + n_p x_p^2}{N} - \bar{x}^2$$

**Calculs d'intérêts**

capital :  $C$

taux périodique :  $t$

nombre de périodes :  $n$

valeur acquise après  $n$  périodes :  $A$

Intérêts simples

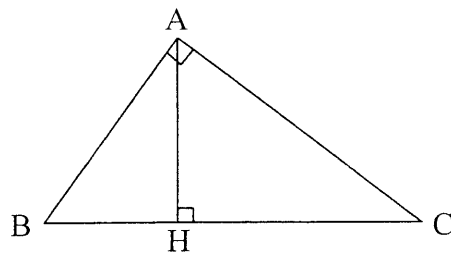
$$I = Ctn$$

$$A = C + I$$

Intérêts composés

$$A = C(1+t)^n$$

**Relations métriques dans le triangle rectangle**



$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$